

Тема: Випадковий дослід і випадкова подія

Випробування, випадкова подія, вірогідна подія, неможлива подія

Теорія ймовірностей як самостійна наука виникла в середині XVII століття. Тоді були дуже поширені азартні ігри, тобто ігри, в яких результат залежить лише від випадку. До таких ігор належать ігри з кубиками, гра в «орлянку», деякі карточні ігри. Б. Паскаль і П. Ферма в листуванні з приводу задач, які виникли в зв'язку з азартними іграми, запровадили поняття ймовірності. Для розв'язання таких задач існуючий тоді математичний апарат виявився недостатнім, і було закладено основи нової науки. Нині теорія ймовірностей широко застосовується в фізиці і в біології, у техніці, в різних галузях народного господарства.

Первісним поняттям теорії ймовірності є поняття події.

Подія — це явище, про яке можна сказати, що воно відбувається чи не відбувається за певних умов. Події позначаються великими буквами латинського алфавіту: А, В, С... Будь-яка подія відбувається внаслідок випробування (експерименту, досліду).

Випробування — це умови, в результаті яких відбувається (чи не відбувається) подія.

Наприклад, випробування — підкидання монети, події: А — «поява герба», В — «поява цифри»; випробування — підкидання кубика, події: А — «поява 1 очка», В — «поява 2 очок», С — «поява 3 очок», О — «поява 4 очок», Е — «поява 5 очок», О — «поява 6 очок».

Випадковою подією називається подія, яка може відбутися або не відбутися під час здійснення певного випробування.

Наприклад: під час витягування навмання однієї карти з колоди ви взяли короля. Подія А — «взято короля» є випадковою.

Випадкові події можуть бути масовими та одиничними.

Масовими називають однорідні події, що спостерігаються за певних умов, які можуть бути відтворені (можна спостерігати) необмежену кількість разів.

Наприклад, влучення або промах в серії пострілів; поява бракованих деталей при серійному випуску; радіоактивний розпад атомів речовин і т. д.

Прикладом одиничної випадкової події є падіння Тунгуського метеорита.

Теорія ймовірностей вивчає лише масові випадкові величини.

Вірогідною називається подія, яка внаслідок даного випробування обов'язково відбудеться.

Наприклад, подія А — «поява на одній із граней грального кубика натурального числа, меншого за 7» — є вірогідною.

Неможливою називається така подія, яка внаслідок даного випробування не може відбутися.

Наприклад, подія А — «поява на одній із граней грального кубика цифри 7».

Повною групою подій називається множина подій таких, що в результаті кожного випробування обов'язково повинна відбутися хоча б одна із них.

Наприклад: у випробуванні — кидання грального кубика повну групу подій становлять події:

А₁ — «поява числа 1»;

А₂ — «поява числа 2»;

А₃ — «поява числа 3»;

A_4 — «поява числа 4»;

A_5 — «поява числа 5»;

A_6 — «поява числа 6»,
або події:

B_1 — «поява парного числа»;

B_2 — «поява непарного числа».

Попарно несумісні події — це події, дві з яких не можуть відбуватися разом.

Наприклад, попадання і промах при одному пострілі — це дві несумісні події;

поява цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при одному киданні грального кубика — це шість несумісних подій.

Рівноможливі події — це такі події, кожна з яких не має ніяких переваг у появі частіше за іншу під час багаторазових випробувань, що проводяться за однакових умов.

Наприклад, поява цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при киданні грального кубика — рівноможливі події.

Якщо події:

1) утворюють повну групу подій;

2) є несумісними;

3) є рівноможливими,

то такі події утворюють **простір елементарних подій**.

Класичне означення ймовірності

Розглянемо випробування — кидання грального кубика; простір елементарних подій складається із подій:

A_1 — «поява числа 1»;

A_2 — «поява числа 2»;

A_3 — «поява числа 3»

A_4 — «поява числа 4»

A_5 — «поява числа 5»

A_6 — «поява числа 6».

Розглянемо подію A — «випало парне число». Події A сприяють елементарні події: A_2, A_4, A_6 .

Відношення числа подій, які сприяють події A , до загальної кількості подій простору елементарних подій називається **ймовірністю випадкової події** A і позначається $P(A)$.

В наведеному прикладі $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Отже,

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

A — подія,

$P(A)$ — ймовірність події;

n - загальна кількість подій простору елементарних подій;

m - число подій, які сприяють події A .

Це класичне означення ймовірності було запроваджено засновниками теорії ймовірностей Б. Паскалем і П. Ферма. Ймовірність вірогідної події дорівнює 1. Ймовірність неможливої події дорівнює 0.

Приклади розв'язування задач

1. В скринці 5 білих і 12 чорних кульок. Із скриньки навмання виймається одна кулька. Знайти ймовірність того, що ця кулька біла.

Розв'язання:

$$P(A) = \frac{5}{5+12} \approx 0,3$$

Відповідь: 0,3

2. В скринці 8 червоних, 10 зелених кульок. Із скриньки виймають одну кульку і відкладають у сторону. Ця кулька – червона. Після того зі скриньки беруть ще одну кульку. Знайти ймовірність того, що ця кулька теж буде червоною.

Розв'язання:

$$P(A) = \frac{8-1}{10+8-1} = \frac{7}{17} \approx 0,4$$

Відповідь: 0,4

3. В скринці жовті і зелені кульки. Ймовірність того, що навмання взята кулька жовта $\frac{7}{16}$. Скільки жовтих і зелених кульок в скринці?

Розв'язання:

$$P(A) = \frac{7}{16} = \frac{7}{7+9}$$

Відповідь: 7-жовтих, 9-зелених.

4. Гральний кубик кидається один раз. Знайдіть ймовірність таких подій:

- а) поява непарного числа;
- б) поява не менше 5 очок;
- в) поява не більше 5 очок.

Розв'язання:

а) $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

б) $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

в) $P(B) = \frac{5}{6}$

5. Кидають одночасно два гральних кубика. Знайдіть ймовірність таких подій:

- а) сума очок, що випали дорівнюють 8;
- б) добуток очок, що випали дорівнюють 8.

Розв'язання:

а) $P(A) = \frac{m}{n}$

$n = 6 \cdot 6 = 36$

$m: (2;4); (4;2); (3;5); (5;3); (4;4); m=5$

$$P(A) = \frac{5}{36} \approx 0,14$$

б) $P(B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} = 0,05$

Відповідь: а) 0,14; б) 0,05

6. Набираючи номер телефону, абонент забув останні 3 цифри, і пам'ятаючи, що всі вони різні, набрав їх навмання. Знайти ймовірність того, що набрано вірний номер.

Розв'язання:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$$m=1$$

$$n=A_{10}^3=\frac{10!}{7!}=\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7!}{7!}=720$$
$$P(A)=\frac{1}{720}$$

Відповідь: $\frac{1}{720}$

