

Тема: Поняття об'єму геометричного тіла. Рівновеликі тіла. Об'єми призми та піраміди.

ПОНЯТТЯ ОБ'ЄМУ

Так само, як для фігур на площині вводиться поняття площі, для тіл у просторі вводиться поняття об'єму. Спочатку розглянемо тільки прості тіла. Тіло називається *простим*, якщо його можна розбити на скінченну кількість трикутних пірамід.

Для простих тіл об'єм — це додатна величина, числове значення якої має такі властивості:

1. Рівні тіла мають рівні об'єми.
2. Якщо тіло розбито на частини, які є простими тілами, то об'єм цього тіла дорівнює сумі об'ємів його частин.
3. Об'єм куба, ребро якого дорівнює одиниці довжини, дорівнює одиниці.

Якщо куб, про який ідеться в означенні, має ребро 1 см, то об'єм буде у кубічних сантиметрах; якщо ребро куба дорівнює 1 м, то — у кубічних метрах; якщо ребро куба дорівнює 1 км, то об'єм — у кубічних кілометрах і т. д.

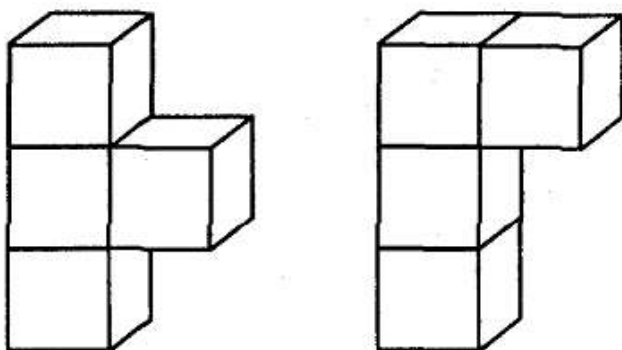
Прикладом простого тіла є довільний опуклий многогранник. Його можна розбити на скінченну кількість трикутних пірамід.

Рівновеликі тіла

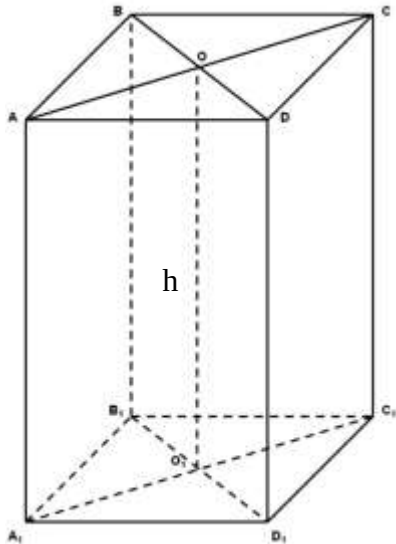
Рівні тіла мають рівні об'єми.

Два тіла називають *рівними*, якщо одне з них можна відобразити на друге рухом (паралельним перенесенням, симетрією відносно точки чи площини і т. п.).

А чи можуть нерівні тіла мати рівні об'єми? Можуть. Наприклад, зображені на малюнку многогранники, складені з чотирьох рівних кубів, не рівні, але об'єми їх рівні. Два тіла, які мають рівні об'єми, називають *рівнооб'ємними* або *рівновеликими*.



Об'єм призми



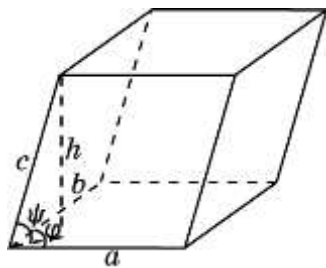
Похила:

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

Пряма:

$$V = S_{\text{осн}} \cdot a$$

Об'єм паралелепіпеда



Похилого:

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

$$V = abc \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi$$

Прямого:

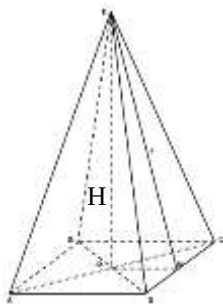
$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

$$V = abc \cdot \sin \varphi$$

Прямокутного:

$$V = abc$$

Об'єм піраміди



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H$$

Зрізаної піраміди:

$$V = \frac{1}{3} H (S_{\text{осн1}} + S_{\text{осн2}} + \sqrt{S_{\text{осн1}} \cdot S_{\text{осн2}}})$$

Приклад 1 Три латунних куби з ребрами 3 см, 4 см і 5 см переплавлено в один куб. Яке ребро цього куба

Р о з в ' я з о к:

Дано:

$$a_1 = 3 \text{ см}^3$$

$$a_2 = 4 \text{ см}^3$$

$$a_3 = 5 \text{ см}^3$$

а-?

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = a^3$$

$$a = \sqrt[3]{V}$$

$$V_1 = a_1^3 = 3^3 = 27 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$V_2 = a_2^3 = 4^3 = 64 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$V_3 = a_3^3 = 125 \text{ (см}^3\text{)}$$

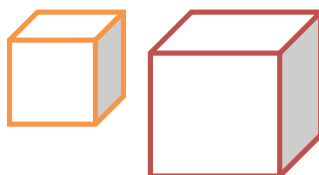
$$V=27+64+125=216(\text{см}^3)$$

$$a=\sqrt[3]{216}=6(\text{см})$$

Відповідь: $a=6\text{см}$.

Приклад 2 Якщо кожне ребро куба збільшити на 1 м, то його об'єм збільшиться у 125 раз. Знайдіть ребро.

Розв'язок:



	Ребро а, м	Об'єм, м ³
Куб 1	x	x^3
Куб 2	$x+1$	$x^3 \cdot 125 = (5x)^3$

$$V_2=a_2^3=(5x)^3 \Rightarrow a_2=5x \text{ нам відомо, що } a_2=x+1$$

Тоді отримаємо рівняння $5x=x+1$, розв'яжемо його

$$4x=1$$

$$x=1/4=0,25(\text{м})=25(\text{см})$$

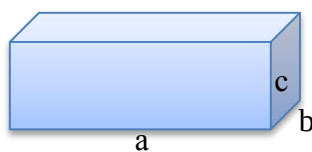
Відповідь: 25см.

Приклад 3 Цеглина розміром $25 \times 12 \times 6,5$ см має масу 3,51кг. Яка її густина?

Розв'язок:

Дано:

$a=25\text{см}$	
$b=12\text{см}$	
$c=6,5\text{см}$	
$m=3,51\text{кг}$	$m=3510\text{г}$
$\rho - ?$	



$$V=a \cdot b \cdot c$$

$$V=m/\rho$$

$$\rho=m/V=m/(a \cdot b \cdot c)$$

$$\rho=3510/(25 \cdot 12 \cdot 6,5)=3510/1950=1,8(\text{г/см}^3)$$

Відповідь: $1,8 \text{ г/см}^3$