

Тема: Прямокутні координати в просторі. Дії над векторами. Що задані координатами.

Відомості про прямокутну систему координат у просторі

Прямокутна система координат на площині розглядалась у попередніх класах. Кожній точці площини ставиться у відповідність два числа x і y , які називаються координатами точки, і навпаки: кожній парі чисел x і y можна поставити у відповідність лише одну точку площини.

Розв'язування задач

1. На координатній площині задано точки A, B, C, D, F, K (рис. 247). Визначте їх координати.
2. Побудуйте точки $A(2; 3), B(-1; -2), C(0; -4), D(-3; 0)$.

Аналогічну систему координат можна ввести і для простору. Нехай x, y, z — три попарно перпендикулярні координатні прямі, які перетинаються в точці O (рис. 248 або рис. 68 із підручника). Ці координатні прямі називаються **координатними осями**: вісь x , вісь y , вісь z або вісь абсцис, вісь ординат, вісь аплікат відповідно, точку O називають **початком координат**.

Кожна вісь точкою O розбивається на дві півосі — додатну, позначену стрілкою, і від'ємну.

Площини, які проходять через x і y , x і z , y і z , називають **координатними площинами** і позначають відповідно: xy , xz , yz . Координатні площини розбивають весь простір на вісім частин, які називають октантами. Візьмемо довільну точку A і проведемо через неї площину, паралельну yz (рис. 249). Вона перетинає вісь x у деякій точці A_1 . Координатою x точки A називається число, яке дорівнює за абсолютною величиною довжині відрізка OA_1 ; додатне, якщо точка A_1 лежить на додатній півосі x , від'ємне, якщо вона лежить на від'ємній півосі і дорівнює нулю, якщо точка A збігається з точкою O . Аналогічно означаємо координати y і z точки A . Координати точки записуватимемо в дужках поряд із позначенням точки: $A(x; y; z)$, інколи позначатимемо точку просто її координатами $(x; y; z)$.

Якщо задано систему координат у просторі, то кожній точці простору можна поставити у відповідність три впорядковані дійсні числа x, y, z , і навпаки: кожній трійці чисел x, y, z — єдину точку простору.

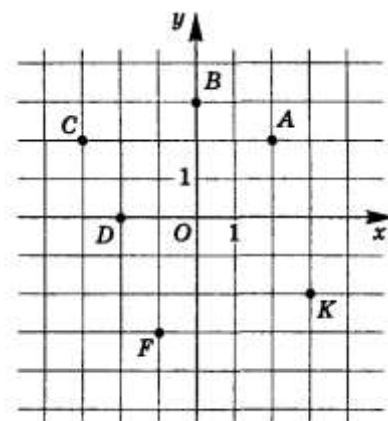


Рис. 247

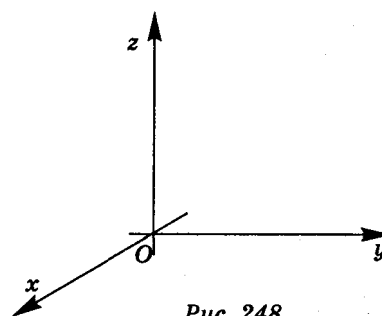


Рис. 248

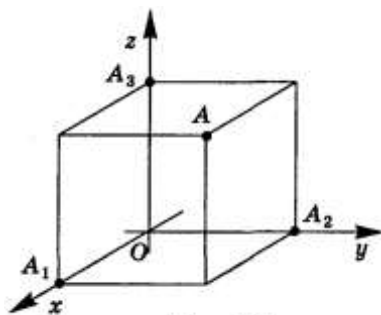


Рис. 249

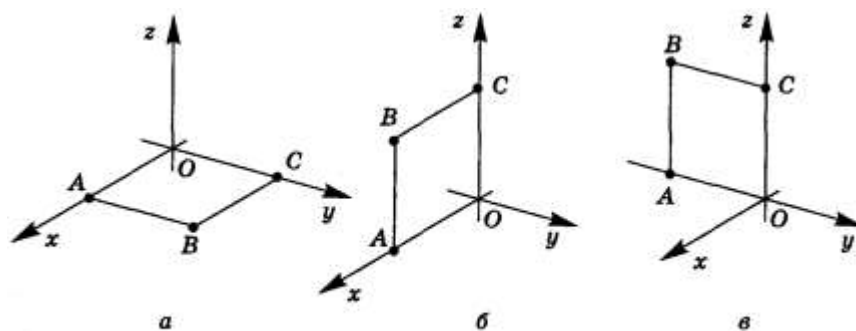


Рис. 250

Розв'язування вправ

1. Сторона квадрата OABC дорівнює 5 (рис. 250). Знайдіть координати його вершин.
2. Сторона куба (рис. 251) дорівнює 10. Знайдіть координати його вершин.

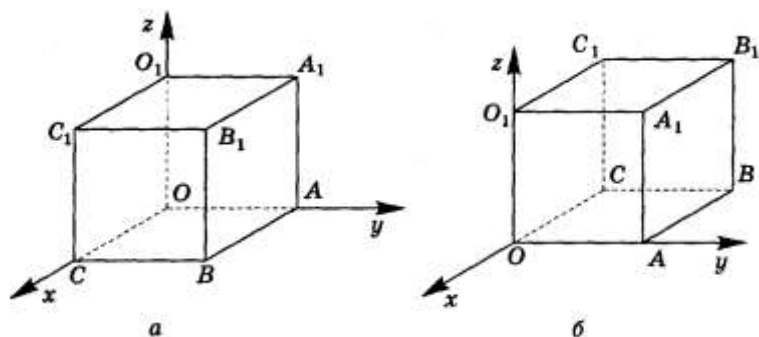


Рис. 251

3. Побудуйте точки $A(1; 2; 3)$, $B(3; -1; 3)$, $C(1; 2; 0)$, $F(0; 1, -2)$, $X(0; 0; -1)$.
4. Розв'язування задачі № 2 (с. 54) із підручника.
5. Запишіть координати точки A, якщо відомо, що вона розміщена:
 - а) на від'ємній півосі z на відстані 5 від початку координат;
 - б) в площині xy на відстані 3 і 4 від осей x і y відповідно;
 - в) на відстані 3, 4, 5 від координатних площин xy , zx , zy відповідно;
 - г) на відстані 3, 4, 5 від координатних осей x , y , z відповідно.

Складання таблиці «Знаходження координат точок»

(Студенти самостійно відповідають на запитання, заносять дані в таблицю)

Проаналізуємо знаходження координат точок в просторі

1. Нехай точка лежить на осі Ox , координата $x = 4$, чому будуть дорівнювати координати y і z ? (Учні відповідають на задане запитання)

В загальному вигляді точка має такі координати $A(x; 0; 0)$

2. Нехай точка лежить на осі Oy , координата $y = 4$, чому будуть дорівнювати координати x і z ? (Учні відповідають на задане запитання) В загальному вигляді точка має такі координати $C(0; y; 0)$

3. Нехай точка лежить на осі OZ, координата $Z = 3$, чому будуть дорівнювати X і Y (Учні відповідають на задане запитання) В загальному вигляді точка має такі координати $B(0;0;Z)$.

1. Якщо точка має координати $K(3;0;2)$, де буде знаходитися точка? (Учні відповідають на задане запитання) Якій площині вона належить?

(Площині OXZ) У загальному вигляді вона виглядає так $(X;0;Z)$.

2. Якщо точка має координати $N(0;2;1)$, то її якій площині вона належить?

(Площині OYZ) У загальному вигляді вона виглядає так $(0;Y;Z)$.

3. Якщо точка має координати $M(2;3;0)$, то якій площині вона належить?

(Площині OXY). У загальному вигляді вона виглядає так $(X;Y;0)$.

Дії над векторами у просторі (аналогічні до дій над векторами на площині)

Сума векторів

$$\overline{AB}(a_1; a_2; a_3)$$

$$\overline{BC}(b_1; b_2; b_3)$$

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

$$\overline{AC}(a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$$

Добуток вектора $\overline{a}(a_1; a_2; a_3)$ на число λ

$$\lambda \overline{a} = (\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$$

Скалярний добуток

$$(\overline{a_1; a_2; a_3}) \text{ і } (\overline{b_1; b_2; b_3}) \text{ називається число } (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3)$$

Скалярний добуток векторів дорівнює добутку їх абсолютних величин на косинус кута між векторами.

1. Чому вона має таку назву?

2. З чого вона складається?

3. Якщо вибрати у просторі будь-яку точку, то скільки чисел ставиться їй у відповідність?

4. Яку вони мають назву?

5. Як правильно записуються координати точки?

Давайте ще раз подивимося на координатну площину і по побудованим точкам визначимо їх координати.

B1 1. Знайти добуток вектора $\vec{a}$ на число λ, якщо : $\vec{a}(5;7)$; $\lambda=5$ A) (6;8) Б) (25;35) B) (-6;-18) Г) (7;-35) 2. Що таке вектор? 3.Що таке абсолютна величина вектора?	B2 1. Знайти добуток вектора $\vec{a}$ на число λ, якщо : $\vec{a}(3;4)$; $\lambda=2$ A) (25;35) Б) (7;-35) B) (6;8) Г) (-6;-18) 2. Що таке вектор? 3.Що таке абсолютна величина вектора?
B3 1. Знайти добуток вектора $\vec{a}$ на число λ, якщо : $\vec{a}(-1;8)$; $\lambda=3$ A) (-3;24) Б) (-4;-9) B) (-5;-5) Г) (-4;6) 2. Що таке вектор? 3.Що таке абсолютна величина вектора?	B4 1. Знайти добуток вектора $\vec{a}$ на число λ, якщо : $\vec{a}(1;1)$; $\lambda=-5$ A) (-3;24) Б) (-5;-5) B) (-4;-9) Г) (-4;6) 2. Що таке вектор? 3.Що таке абсолютна величина вектора?
B5 1. Знайти добуток вектора $\vec{a}$ на число λ, якщо : $\vec{a}(2;6)$; $\lambda=-3$ A) (7;-35) Б) (25;35) B) (6;8) Г) (-6;-18) 2. Що таке вектор? 3.Що таке абсолютна величина вектора?	B6 1. Знайти добуток вектора $\vec{a}$ на число λ, якщо : $\vec{a}(-1;5)$; $\lambda=-7$ A) (7;-35) Б) (25;35) B) (6;8) Г) (-6;-18) 2. Що таке вектор? 3.Що таке абсолютна величина вектора?
B7 1. Знайти добуток вектора $\vec{a}$ на число λ, якщо : $\vec{a}(4;9)$; $\lambda=-1$ A) (3;-24) Б) (-4;-9) B) (-4;6) Г) (-5;-5) 2. Що таке вектор? 3.Що таке абсолютна величина вектора?	B8 1. Знайти добуток вектора $\vec{a}$ на число λ, якщо : $\vec{a}(2;-3)$; $\lambda=-2$ A) (3;-24) Б) (-4;-9) B) (-4;6) Г) (-5;-5) 2. Що таке вектор? 3.Що таке абсолютна величина вектора?
B9 1. Знайти добуток вектора $\vec{a}$ на число λ, якщо : $\vec{a}(6;8)$; $\lambda=-1$ A) (-6;-8) Б) (-9;-15) B) (7;-35) Г) (-4;-9) 2. Що таке вектор? 3.Що таке абсолютна величина вектора?	B10 1. Знайти добуток вектора $\vec{a}$ на число λ, якщо : $\vec{a}(-3;-5)$; $\lambda=3$ A) (-6;-8) Б) (-9;-15) B) (7;-35) Г) (-4;-9) 2. Що таке вектор? 3.Що таке абсолютна величина вектора?