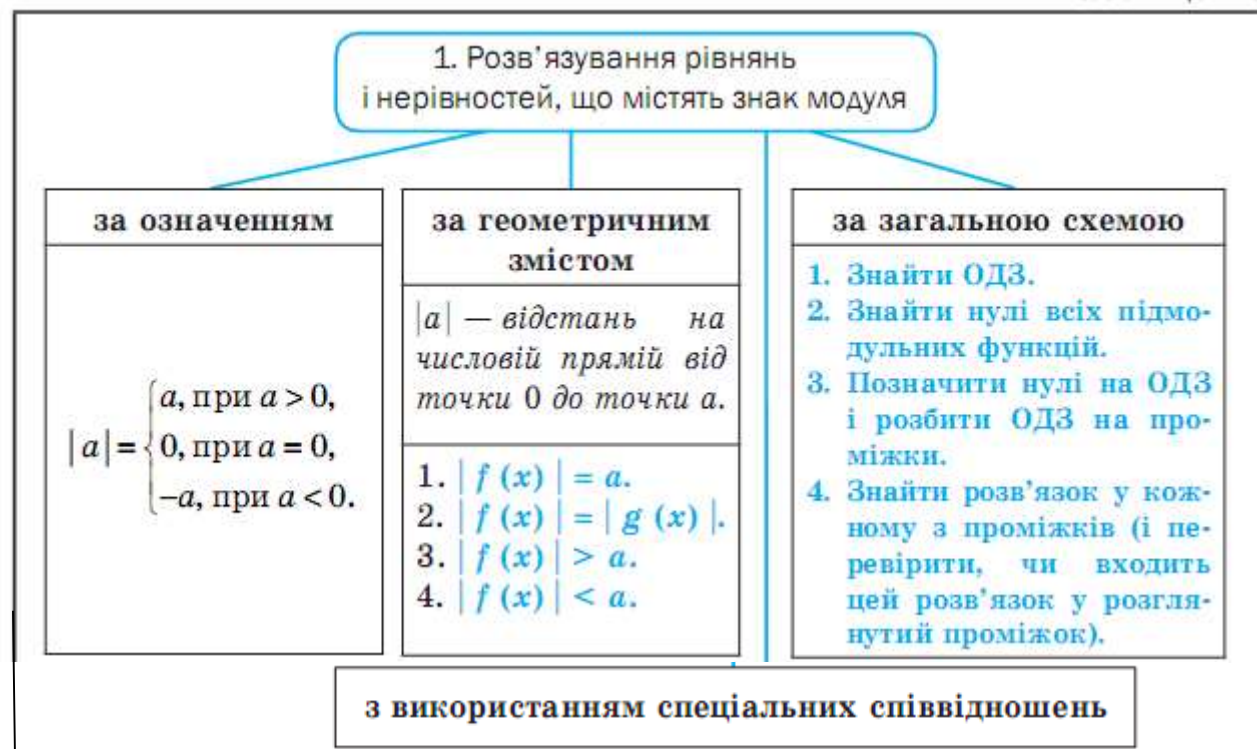
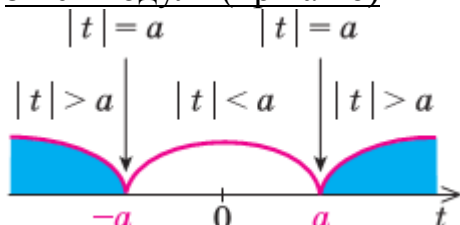
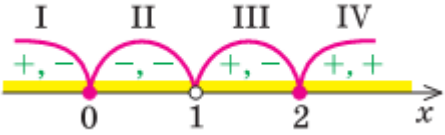


Тема: Рівняння та нерівності з модулем



Спосіб розв'язку	Приклад
1. <u>За означенням модуля</u> Модуль – абсолютне значення числа, без врахування знаку.	$ 2x - 4 = 6$ Враховуючи означення модуля, розглядаємо два випадки: $2x - 4 \geq 0$ і $2x - 4 < 0$ тоді тоді $2x - 4 = 6$ $-(2x - 4) = 6$ $2x = 10$ $-2x + 4 = 6$ $x = 5$ $-2x = 6 - 4 = 2$ $x = -1$ Відповідь: 5; -1.
2. <u>Використовуючи геометричний зміст модуля (при $a > 0$)</u>  1) $ f(x) = a \Leftrightarrow f(x) = a$ або $f(x) = -a$ 2) $ f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ або $f(x) = -g(x)$ 3) $ f(x) > a \Leftrightarrow f(x) < -a$ або $f(x) > a$	3 геометричної точки зору $ 2x - 4 $ - це відстань від початку координат до точки $2x - 4$. Ця відстань може відкладатись праворуч від початку координат (тоді $2x - 4 = 6$), і ліворуч від початку координат (тоді $2x - 4 = -6$) $2x - 4 = 6$ $2x - 4 = -6$ $2x = 10$ $2x = -2$ $x = 5$ $x = -1$ Відповідь: 5; -1.

4) $f(x) < a \Leftrightarrow -a < f(x) < a \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > -a \\ f(x) < a \end{cases}$ 5) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \vee f(x) = -g(x) \end{cases}$	
3. Використання спеціальних співвідношень 1) $u = u \Leftrightarrow u \geq 0$ 2) $u = -u \Leftrightarrow u \leq 0$ 3) $u = v \Leftrightarrow u^2 = v^2$ 4) $u > v \Leftrightarrow u^2 > v^2$ Тоді $u - v > 0 \Leftrightarrow u^2 - v^2 > 0$ 5) $u + v = u + v \Leftrightarrow \begin{cases} u \geq 0, \\ v \geq 0. \end{cases}$ 6) $u + v = -u - v \Leftrightarrow \begin{cases} u \leq 0, \\ v \leq 0. \end{cases}$ 7) $u + v = u + v \Leftrightarrow uv \geq 0$ 8) $u + v = u - v \Leftrightarrow uv \leq 0$ 9) $x - a + x - b = b - a \Leftrightarrow a \leq x \leq b, \text{ де } a < b$	$x - 5 + 2x + 5 = 3x$ позначимо $x - 5 = u$, а $2x + 5 = v$. Тоді за співвідношенням (5) маємо: $3x = (x - 5) + (2x + 5)$ якщо $\begin{cases} x - 5 \geq 0 \\ 2x + 5 \geq 0 \end{cases} \text{ звідси } \begin{cases} x \geq 5 \\ x \geq -\frac{5}{2} \end{cases}$  Відповідь: $(5, +\infty)$
4. За загальною схемою Загальна схема розв'язування рівнянь та нерівностей, що містять знак модуля, — це фактично трохи змінений метод інтервалів. Пояснимо зміст цієї схеми на прикладі рівняння, що містить два модулі, виду $ f(x) + g(x) = a \quad (a > 0).$ • Щоб розв'язати це рівняння, необхідно розкрити знаки модулів, а для цього потрібно знати, де функції $f(x)$ і $g(x)$ будуть додатними, а де — від'ємними. Тобто фактично ми повинні розв'язати нерівності $\begin{aligned} f(x) &= 0, \\ g(x) &= 0. \end{aligned}$	$\left \frac{x}{x-1} \right + x-2 = 2$ 1. ОДЗ: $x \neq 1$. 2. Нулі підмодульних функцій: $\frac{x}{x-1} = 0$ ($x = 0$) та $x - 2 = 0$ ($x = 2$). 3. Нулі 0 і 2 розбивають ОДЗ на чотири проміжки, у яких підмодульні функції мають знаки (На рисунку у кожному з проміжків перший знак — це знак функції $\frac{x}{x-1}$, а другий — знак функції $x - 2$. Виконуючи рисунок, зручно спочатку позначити на числовій прямій ОДЗ, а потім на ОДЗ — нулі підмодульних функцій. показані на рисунку 67.) 

	4. Знаходимо розв'язки заданого рівняння в кожному з проміжків (оскільки знаки підмодульних функцій однакові на проміжках I і III, зручно для розв'язання об'єднати ці проміжки) <u>Проміжки I і III:</u> $x \in (-\infty; 0) \cup (1; 2)$. Ураховуючи знаки підмодульних функцій на цих проміжках і означення модуля, одержуємо, що в цих проміжках задане рівняння рівносильне рівнянню $\frac{x}{x-1} - (x-2) = 2.$ Звідси $x = 0$ або $x = 2$. До розглянутих проміжків одержані значення не входять, отже, у цих проміжках коренів немає. <u>Проміжок II:</u> $x \in [0; 1)$. (Слід звернути увагу на те, щоб не пропустити значення $x = 0$, яке входить до ОДЗ.) У цьому проміжку одержуємо рівняння $-\frac{x}{x-1} - (x-2) = 2$ Звідси $x = 0$ — корінь, оскільки входить у цей проміжок. <u>Проміжок IV:</u> $x \in [2; +\infty)$ (і в цьому проміжку потрібно не забути значення $x = 2$). Одержуємо рівняння $\frac{x}{x-1} + (x-2) = 2.$ Звідси $x = 2$ — корінь, оскільки входить у цей проміжок. Об'єднуючи всі розв'язки, які ми одержали в кожному з проміжків, маємо розв'язок заданого рівняння на всій ОДЗ. Відповідь: 0; 2.
--	---