

Тема: Основні поняття, аксіоми стереометрії і найпростіші наслідки із них.

Основними фігурами в просторі є точка, пряма і площина.

Уявлення про точки і прямі ви маєте з курсу планіметрії. Нагадаємо, що точки позначаються великими латинськими буквами, наприклад, точки $A, B, C, \dots$; прямі позначаються малими латинськими буквами, наприклад, прямі $a, b, c, \dots$, або двома великими буквами, наприклад, $AB, BC, CD, \dots$. Матеріальними моделями частини площини є, наприклад, поверхня стола, поверхня віконного скла, поверхня мармурової плити тощо. У геометрії площину мислять необмеженою, ідеально рівною і гладенькою.



Рис.1



Рис.2

Зображають площини у вигляді паралелограма (рис. 1) або у вигляді довільної області (рис. 2),

Позначають площини грецькими буквами, наприклад, $\alpha, \beta, \gamma, \dots$. На рис. 1 зображено площину α , на рис. 2 — площину β . Грані многогранників — це частини площин.

Як і будь-яка геометрична фігура, площина складається з точок. Якщо точка A лежить у площині α , говорять, що площина α проходить через точку A , і записують: $A \in \alpha$. Якщо точка A не лежить у площині α , говорять, що площина α не проходить через точку A , і записують: $A \notin \alpha$.

Якщо кожна точка прямої a лежить у площині α , говорять, що пряма a лежить у площині α , або площина α проходить через пряму a , і записують: $a \subset \alpha$. Запис $a \not\subset \alpha$ означає, що пряма a не лежить у площині α .

Аксіоми стереометри

Як і в планіметрії, властивості основних фігур у стереометрії виражаються аксіомами.

Нагадаємо, що в планіметрії властивість прямих і точок виражалася аксіомою:

Яка б не була пряма, існують точки, які належать їй, і точки, які їй не належать.

Взявши яку-небудь площину (наприклад, площину підлоги класної кімнати), ми можемо вказати точки, які належать цій площині, і точки, які їй не належать. Тому однією із властивостей площини є аксіома C_1 :

Яка б не була площина, існують точки, які належать цій площині, і точки, які не належать їй.

Розглянемо другу аксіому стереометрії C_2 :

Якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, що проходить через цю точку.

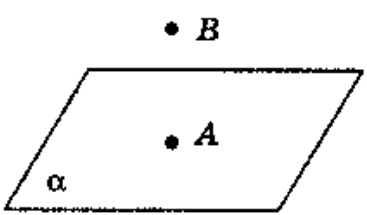
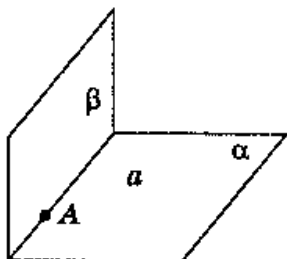
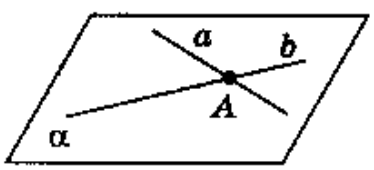
Наочною ілюстрацією цієї аксіоми є перетин двох стін, стіни і підлоги класної кімнати.

Ніяких інструментів, якими можна було б проводити у просторі площини, немає. Тому вираз «можна провести площину» вживається у розумінні «існує площина».

Третя аксіома стереометрії C_3 стверджує:

Якщо дві різні прямі мають спільну точку, то через них можна провести площину, і до того ж тільки одну.

Слід зазначити, що в просторі існує безліч площин, і для кожної площини справедливі всі аксіоми і теореми стереометрії. Більш того ознаки рівності і подібності трикутників справедливі і для трикутників, які лежать у різних площинах.

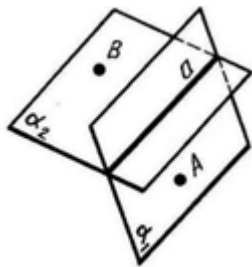
Аксіоми стереометрії		
 C_1	 C_2	 C_3

Способи задання площини:

- площину можна провести через дві прямі, які перетинаються;
- через пряму і точку, яка не належить цій прямій.
- Через три точки, які не лежать на одній прямій, можна провести площину, і до того ж тільки одну.

Площина однозначно задається трьома точками, які не лежать на одній прямій, і тому в літературі площину, яка проходить через точки A, B, C і $C \notin AB$, позначають символом (ABC) .

З а д а ч а 7. Доведіть, що через пряму можна провести дві різні площини.



Р о з в ' я з а н н я.

Нехай a — дана пряма (мал. 3). За аксіомою I існує точка A , яка не лежить на прямій a . За теоремою 1.1 через пряму a і точку A можна провести площину. Позначимо її через a_1 . За аксіомою C_1 існує точка B , яка не лежить у площині a_1 . Проведемо через пряму a і точку B площину a_2 . Площини a_1 і a_2 різні, оскільки точка B площини a_2 не лежить на площині a_1 .