Тема: Формули зведення. Формули подвійного кута.

Кожну тригонометричну функцію кутів π/2±α; π±α; 3π/2±α; 2π±α можна виразити через тригонометричну функцію кута α.

Формули за допомогою яких кожну тригонометричну функцію довільного кута можна звести до тригонометричної функції гострого кута називаються формулами зведення.

Правило зведення:

Якщо кут зведеної тригонометричної функції відкладається від вертикального діаметра, то її замінюють кофункцією (синус на косинус і навпаки, тангенс на котангенс і навпаки), якщо ж від горизонтального діаметра, то її назву не змінюють. Знак ставимо такий, який має значення зведена функція за умови, що кут α гострий.

x	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	π+α	π-α	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	2π+α	2π-α
$\sin x$	cosα	cosα	- sinα	sinα	- cosα	- cosα	sinα	- sinα
$\cos x$	- sinα	sinα	- cosα	- cosα	sinα	- sinα	cosα	cosα
tgx	-ctgα	ctgα	tgα	-tgα	-ctgα	ctgα	tgα	-tgα
$ctgx$	-tgα	tgα	ctgα	-ctgα	-tgα	tgα	ctgα	-ctgα

Формули подвійних кутів

Якщо в формулах додавання замість β підставити α, дістанемо тотожності:

$$\boxed{\begin{aligned} &\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \\ &\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ &tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha} \end{aligned}}$$

Звернемо увагу на вирази $1+\cos 2\alpha$ і $1-\cos 2\alpha$

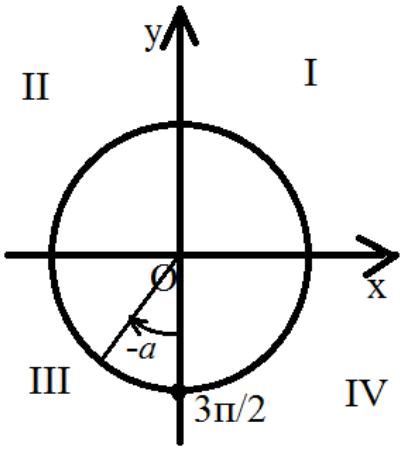
$$1+\cos 2\alpha = 1+\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha$$

$$1-\cos 2\alpha = 1-\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha - \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 2\sin^2\alpha$$

Дістанемо формули пониження степенів:

$$\boxed{\begin{aligned} \cos^2\alpha &= \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha) \\ \sin^2\alpha &= \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha) \end{aligned}}$$

Приклад 1 Спростити вираз $\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)$



Кут 3π/2-α належить III чверті. Косинус в третій чверті від'ємний, тому перед результатом ставимо «-».

Кут 3π/2-α відкладається від вертикального діаметра, тому назву функції треба змінити на кофункцію. Отримаємо:

$$\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\sin\alpha$$

<u>Приклад 2</u> Обчисліть значення $\sin 75^0$:

$$\sin 75^0 = \sin(30^0 + 45^0) = \sin 30^0 \cos 45^0 + \cos 30^0 \sin 45^0 =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}(1 + \sqrt{3}) \approx 0{,}96$$

Розв'язати завдання:

1. Спростити вираз:

1) $\sin(90^0 + \alpha)$;
2) $\cos(90^0 + \alpha)$;
3) $\mathrm{tg}(90^0 + \alpha)$;
4) $\mathrm{ctg}(90^0 + \alpha)$.

2. Обчислити значення виразу:

1) $\cos 75^0$;
2) $\mathrm{tg}\, 75^0$;
3) $\mathrm{ctg}\, 75^0$.

3. Обчислити значення виразу.

1) $2 \sin 15^0 \cos 15^0$;
2) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$;
3) $\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$.